Ch.N3 : Racines carrées

1 DÉFINITION DE LA RACINE CARRÉE

ex. 1 à 4

DÉFINITION 1

La **racine carrée d'un nombre positif** a est le **nombre positif**, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est a.

Le symbole $\boxed{\sqrt{\ }}$ est appelé « **radical** ».

Remarques 1 :

- Le carré d'un nombre est toujours positif.
- Lorsque a est un nombre strictement négatif, $\sqrt{a}$ n'existe pas et n'a donc pas de sens.

RÈGLES 1

Pour tout nombre **positif** a, $(\sqrt{a})^2 = a$ et $\sqrt{a^2} = a$.

Exemple 1 :

Calcule $\sqrt{1}$; $(\sqrt{3,6})^2$; $\sqrt{9}$; $\sqrt{5^2}$; $\sqrt{(-5)^2}$; $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ et $\sqrt{1,3 \times 1,3}$.

- $1^2 = 1$ et 1 est positif donc $\sqrt{1} = 1$.
- $3,6$ est positif donc $(\sqrt{3,6})^2 = 3,6$.
- $3^2 = 9$ et 3 est positif donc $\sqrt{9} = 3$.
- -5 est négatif donc $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$.
- 2 est positif donc $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$.
- $1,3$ est positif donc $\sqrt{1,3 \times 1,3} = \sqrt{1,3^2} = 1,3$.

DÉFINITION 2

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

Remarque 2 :

La racine carrée d'un carré parfait est un nombre entier.

Exercice du cours n°1 page 59

Recopie et complète.

$\sqrt{0} = \ldots$; $\sqrt{81} = \ldots$; $\sqrt{7,3^2} = \ldots$; $\sqrt{\ldots} = 4$; $\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \ldots$; $\sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \ldots$. $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \ldots$;

$\sqrt{0} = \boxed{0}$	$\sqrt{81} = \boxed{9}$	$\sqrt{7,3^2} = \boxed{7,3}$	$\sqrt{\boxed{16}} = 4.$	$\sqrt{\pi} \times \sqrt{\pi} = \boxed{\pi}$	$\sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \boxed{\frac{1}{3}}$	$\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \boxed{\frac{2}{3}}$

Exercice du cours n°2 page 59

Calcule et donne le résultat sous forme d'un nombre décimal.

$A = \sqrt{4}$; $B = \sqrt{25}$; $C = (-\sqrt{4,9})^2$; $D = \sqrt{(-7)^2}$; $E = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$.

$A = \sqrt{4}$	$B = \sqrt{25}$	$C = (-\sqrt{4,9})^2$	$D = \sqrt{(-7)^2}$	$E = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$
$A = \boxed{2}$	$B = \boxed{5}$	$C = (-\sqrt{4,9}) \times (-\sqrt{4,9})$	$D = \sqrt{(-7) \times (-7)}$	$E = \frac{1^2}{(\sqrt{5})^2}$
		$C = \boxed{4,9}$	$D = \sqrt{49}$	$E = \frac{1}{5}$
			$D = \boxed{7}$	$E = \boxed{0,2}$

Exercice du cours n°3 page 59

À l'aide de la calculatrice, donne l'écriture décimale exacte ou approchée à $0,001$ près par défaut des nombres.

$F = \sqrt{3}$; $G = \frac{\sqrt{529}}{23}$; $H = 5\sqrt{0,81}$; $I = \sqrt{3 + \frac{2}{3}}$; $J = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{5}}$.

$F = \sqrt{3}$	$G = \frac{\sqrt{529}}{23}$	$H = 5\sqrt{0,81}$	$I = \sqrt{3 + \frac{2}{3}}$	$J = \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + \sqrt{5}}$
$F \approx \boxed{1,732}$	$G = \boxed{1}$	$H = \boxed{4,5}$	$I \approx \boxed{1,915}$	$J \approx \boxed{0,226}$

Exercice du cours n°4 page 59

Dresse la liste des douze premiers carrés parfaits.

$0^2 = \boxed{0}$, $1^2 = \boxed{1}$, $2^2 = \boxed{4}$, $3^2 = \boxed{9}$, $4^2 = \boxed{16}$, $5^2 = \boxed{25}$, $6^2 = \boxed{36}$,

$7^2 = \boxed{49}$, $8^2 = \boxed{64}$, $9^2 = \boxed{81}$, $10^2 = \boxed{100}$, $11^2 = \boxed{121}$.

Exercice n°1 page 60 *Un peu de vocabulaire*

Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a) 49 est le carré de 7. **c)** –9 a pour carré –81. **e)** $(-3)^2$ est le carré de 3.
b) 8 a pour carré 64. **d)** 144 est le carré de –12.

a) $\boxed{\text{Vrai}}$, car $7^2 = 7 \times 7 = 49$.

b) $\boxed{\text{Vrai}}$, car $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

c) $\boxed{\text{Faux}}$, car $(-9)^2 = (-9) \times (-9) = 81$.

d) $\boxed{\text{Vrai}}$, car $(-12)^2 = (-12) \times (-12) = 144$.

e) $\boxed{\text{Vrai}}$, car $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 3 \times 3 = 3^2 = 9$.

Exercice n°2 page 60 *Nombre ayant pour carré*

Écris chaque nombre sous la forme du carré d'un nombre positif.

a) 16 **b)** 25 **c)** 0 **d)** 0,36 **e)** 1 **f)** 0,04

a) $16 = \boxed{4^2}$

b) $25 = \boxed{5^2}$

c) $0 = \boxed{0^2}$

d) $0{,}36 = \boxed{0{,}6^2}$

e) $1 = \boxed{1^2}$

f) $0{,}04 = \boxed{0{,}2^2}$

Exercice n°3 page 60

Recopie et complète les phrases suivantes.

a) $4 = \dots^2$, … est positif donc $\sqrt{4} = \dots$.
b) $\dots = 6^2$, … est positif donc $\sqrt{\dots} = 6$.
c) $0{,}01 = \dots^2$, … est positif donc $\sqrt{0{,}01} = \dots$.
d) $\dots = 0{,}5^2$, … est positif donc $\sqrt{\dots} = 0{,}5$.
e) $121 = \dots^2$, … est positif donc $\sqrt{121} = \dots$.

a) $4 = \boxed{2}^2$ et $\boxed{2}$ est positif donc $\sqrt{4} = \boxed{2}$.

b) $\boxed{36} = 6^2$, $\boxed{6}$ est positif donc $\sqrt{\boxed{36}} = 6$.

c) $0{,}01 = \boxed{0{,}1}^2$, $\boxed{0{,}1}$ est positif donc $\sqrt{0{,}01} = \boxed{0{,}1}$.

d) $\boxed{0{,}25} = 0{,}5^2$, $\boxed{0{,}5}$ est positif donc $\sqrt{\boxed{0{,}25}} = 0{,}5$.

e) $121 = \boxed{11}^2$, $\boxed{11}$ est positif donc $\sqrt{121} = \boxed{11}$.

Exercice n°4 page 60

Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

a) 100 **b)** 9 **c)** –36 **d)** $(-8)^2$ **e)** 169 **f)** –1 **g)** –52 **h)** π

a) $\boxed{\text{Oui}}$, car 100 est positif, et $\sqrt{100} = \boxed{10}$

b) $\boxed{\text{Oui}}$, car 9 est positif, et $\sqrt{9} = \boxed{3}$

c) $\boxed{\text{Non}}$, car –36 est négatif.

d) $\boxed{\text{Oui}}$, car $(-8)^2 = 64$ est positif, et $\sqrt{8^2} = \sqrt{64} = \boxed{8}$

e) $\boxed{\text{Oui}}$, car 169 est positif, et $\sqrt{169} = \boxed{13}$

f) $\boxed{\text{Non}}$, car –1 est négatif.

g) $\boxed{\text{Non}}$, car –52 est négatif.

h) $\boxed{\text{Oui}}$, car π est positif, et $\boxed{\sqrt{\pi}} \approx 1{,}77$

Exercice n°5 page 60

Peux-tu déterminer la racine carrée des nombres suivants ? Justifie ta réponse.

a) $(\sqrt{8})^2$ **b)** $\sqrt{5}$ **c)** $\dfrac{-5}{-7}$ **d)** $-2 \times (-5)^2$ **e)** $\pi - 4$ **f)** 5×10^{-2} **g)** $4 - \pi$

a) $(\sqrt{8})^2 = 8$ est positif, donc $\sqrt{(\sqrt{8})^2} = \boxed{\sqrt{8}}$.

b) $\sqrt{5}$ est positif et $\sqrt{5} \approx 2{,}24$, donc $\boxed{\sqrt{\sqrt{5}}} \approx \sqrt{2{,}24} \approx 1{,}5$.

c) $\dfrac{-5}{-7} = \dfrac{5}{7}$ est positif, donc $\sqrt{\dfrac{-5}{-7}} = \boxed{\sqrt{\dfrac{5}{7}}}$.

d) $-2 \times (-5)^2 = -2 \times 25 = -50$, donc ce nombre n'a $\boxed{\text{pas de racine carrée}}$.

e) $\pi - 4 \approx -0{,}86$, donc ce nombre n'a $\boxed{\text{pas de racine carrée}}$.

f) $5 \times 10^{-2} = 0{,}05$ est positif, donc $\boxed{\sqrt{0{,}05}} \approx 0{,}22$

g) $4 - \pi \approx 0{,}86$ et $\boxed{\sqrt{4 - \pi}} \approx \sqrt{0{,}86} \approx 0{,}93$.

Exercice n°6 page 60

Sans utiliser de calculatrice, donne la valeur des nombres suivants.

a) $(\sqrt{25})^2$ **b)** $\sqrt{3^2}$ **c)** $(-\sqrt{16})^2$ **d)** $(\sqrt{0{,}14})^2$ **e)** $\sqrt{(-7)^2}$ **f)** $\sqrt{0{,}4^2}$

a) $(\sqrt{25})^2 = \boxed{25}$

b) $\sqrt{3^2} = \boxed{3}$

c) $(-\sqrt{16})^2 = \boxed{16}$

d) $(\sqrt{0{,}14})^2 = \boxed{0{,}14}$

e) $\sqrt{(-7)^2} = \boxed{7}$

f) $\sqrt{0{,}4^2} = \boxed{0{,}4}$

Exercice n°7 page 60

Sans utiliser de calculatrice, donne la racine carrée des nombres suivants.

a) 81 **b)** 225 **c)** 0 **d)** $\sqrt{81}$ **e)** $0{,}49$ **f)** 121 **g)** $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ **h)** $(-4)^2$

a) $\sqrt{81} = \boxed{9}$

b) $\sqrt{225} = \boxed{15}$

c) $\sqrt{0} = \boxed{0}$

d) $\sqrt{81} = 9$, donc $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = \boxed{3}$

e) $\sqrt{0{,}49} = \boxed{0{,}7}$

f) $\sqrt{121} = \boxed{11}$

g) $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$, donc $\sqrt{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \boxed{\sqrt{5}}$

h) $\sqrt{(-4)^2} = \boxed{4}$

Exercice n°8 page 60

Sans utiliser de calculatrice, recopie et complète le tableau ci-dessous ($a \geq 0$).

a	a^2	$2a$	$\dfrac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9				
	16			
		2		
			1	
				6

a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
9	$\boxed{81}$	$\boxed{18}$	$\boxed{4,5}$	$\boxed{3}$
$\boxed{4}$	16	$\boxed{8}$	$\boxed{2}$	$\boxed{2}$
$\boxed{1}$	$\boxed{1}$	2	$\boxed{0,5}$	$\boxed{1}$
$\boxed{2}$	$\boxed{4}$	$\boxed{4}$	1	$\boxed{\sqrt{2}}$
$\boxed{36}$	$\boxed{1\ 296}$	$\boxed{72}$	$\boxed{18}$	6

Exercice n°9 page 60

On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256. S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25. S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a) Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place les trois séries de nombres dans les bonnes cases.

b) Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

Série	a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	$\sqrt{a}$
S_1	16	256	32	8	4
S_2	25	625	50	12,5	5
S_3	144	20 736	288	72	12
S_4	49	2 401	98	24,5	7

Exercice n°10 page 60

En utilisant la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième des nombres suivants.

a) $\sqrt{13}$ **b)** $\sqrt{86}$ **c)** $\sqrt{0{,}288}$ **d)** $\sqrt{4+\frac{2}{3}}$ **e)** $5\sqrt{12}$ **f)** $\sqrt{5}+2$ **g)** $-\sqrt{7}$ **h)** $\frac{3-\sqrt{7}}{3\sqrt{15}+1}$

a) $\sqrt{13} \approx \boxed{3{,}61}$

b) $\sqrt{86} \approx \boxed{9{,}27}$

c) $\sqrt{0{,}288} \approx \boxed{0{,}54}$

d) $\sqrt{4+\frac{2}{3}} \approx \boxed{2{,}16}$

e) $5\sqrt{12} \approx \boxed{17{,}32}$

f) $\sqrt{5}+2 \approx \boxed{4{,}24}$

g) $-\sqrt{7} \approx \boxed{-2{,}65}$

h) $\frac{3-\sqrt{7}}{3\sqrt{15}+1} \approx \boxed{-0{,}03}$

Exercice n°54 page 64 *Calcul littéral*

Soit $A = (2x+5)^2 - 9x^2$.

a) Développe A.

b) Factorise A.

c) Calcule A pour $x = \sqrt{5}$.

a) $A = (2x+5)^2 - 9x^2$

$A = (2x)^2 + 2 \times 5 \times 2x + 5^2 - 9x^2$

$A = 4x^2 + 20x + 25 - 9x^2$

$A = \boxed{-5x^2 + 20x + 25}$

b) $A = (2x+5)^2 - 9x^2$

$A = (2x+5)^2 - (3x)^2$

$A = (2x+5+3x)(2x+5-3x)$

$A = \boxed{(5x+5)(-x+5)}$

c) Avec $A = -5x^2 + 20x + 25$ et pour $x = \sqrt{5}$, on a :

$A = -5\sqrt{5}^2 + 20\sqrt{5} + 25$

$A = -5 \times 5 + 20\sqrt{5} + 25$

$A = -25 + 20\sqrt{5} + 25$

$A = \boxed{-5 + 20\sqrt{5}}$

2 PRODUIT ET QUOTIENT DE RACINES CARRÉES

2.1 Multiplication de racines carrées

ex. 5

RÈGLE 2

Pour tous **nombres positifs** a et b, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Exemple 2 :

Écris le nombre $C = \sqrt{32}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux nombres entiers positifs, b étant le plus petit possible.

$C = \sqrt{16 \times 2}$ ⟶ On fait apparaître le produit d'un **carré parfait** (le plus grand possible) par un entier.

$C = \sqrt{4^2 \times 2}$

$C = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2}$ ⟶ On décompose la racine carrée du produit, puis on applique la définition d'une racine carrée.

$C = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Exercice du cours n°5 page 59

Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible, les nombres

$F = \sqrt{63}$; $G = \sqrt{147}$; $H = 3\sqrt{700}$ et $I = \dfrac{\sqrt{175}}{5}$.

$F = \sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = \boxed{3\sqrt{7}}$.

$G = \sqrt{147} = \sqrt{49 \times 3} = \sqrt{49} \times \sqrt{3} = \boxed{7\sqrt{3}}$.

$H = 3\sqrt{700} = 3\sqrt{100 \times 7} = 3\sqrt{100} \times \sqrt{7} = 3 \times 10\sqrt{7} = \boxed{30\sqrt{7}}$.

$I = \dfrac{\sqrt{175}}{5} = \dfrac{\sqrt{25 \times 7}}{5} = \dfrac{\sqrt{25} \times \sqrt{7}}{5} = \dfrac{5\sqrt{7}}{5} = \boxed{\sqrt{7}}$.

Exercice n°11 page 61

Écris sous la forme $\sqrt{a}$ (a est un entier positif).

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ **b)** $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ **c)** $2\sqrt{3}$ **d)** $3\sqrt{2}$

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{5 \times 3} = \boxed{\sqrt{15}}$

b) $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \boxed{\sqrt{14}}$

c) $2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \boxed{\sqrt{12}}$

d) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{9 \times 2} = \boxed{\sqrt{18}}$

Exercice n°12 page 61 ***Des carrés***

a) Écris sous la forme $\sqrt{a}$ (a est un entier positif).

$A = \sqrt{8} \times \sqrt{5}$ $B = 3\sqrt{11}$

b) Sans effectuer de calcul, donne alors les valeurs exactes de A^2 et de B^2.

a) $A = \sqrt{8} \times \sqrt{5} = \boxed{\sqrt{40}}$

$B = 3\sqrt{11} = \sqrt{9} \times \sqrt{11} = \boxed{\sqrt{99}}$

b) $A^2 = \boxed{40}$

$B^2 = \boxed{99}$

Exercice n°15 page 61 ***En décomposant***

a) Recopie et complète les égalités suivantes afin d'obtenir un produit de deux entiers positifs dont le premier est un carré parfait.

- $32 = \ldots \times 2$
- $75 = \ldots \times \ldots$
- $500 = \ldots \times 5$
- $80 = \ldots \times \ldots$

b) Écris alors les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible.

- $\sqrt{32}$
- $\sqrt{75}$
- $\sqrt{500}$
- $\sqrt{80}$

a)
- $32 = \boxed{4^2} \times 2$
- $75 = \boxed{5^2} \times 3$

- $500 = \boxed{10^2} \times 5$
- $80 = \boxed{4^2} \times \boxed{5}$

b)
- $\sqrt{32} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$
- $\sqrt{75} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3}}$
- $\sqrt{500} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{5} = \boxed{10\sqrt{5}}$
- $\sqrt{80} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = \boxed{4\sqrt{5}}$

Exercice n°16 page 61

Écris sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{15}$ **b)** $\sqrt{7} \times \sqrt{21}$

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{15} = \sqrt{5} \times \sqrt{5 \times 3} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} = \boxed{5\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{7} \times \sqrt{21} = \sqrt{7} \times \sqrt{7 \times 3} = \sqrt{7^2 \times 3} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{3} = \boxed{7\sqrt{3}}$

Exercice n°17 page 61

Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs et b est le plus petit possible.

a) $\sqrt{45}$ **b)** $\sqrt{162}$ **c)** $-\sqrt{48}$ **d)** $5\sqrt{18}$ **e)** $-4\sqrt{32}$ **f)** $2 \times \sqrt{700} \times 8$

a) $\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \boxed{3\sqrt{5}}$

b) $\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} = \sqrt{81} \times \sqrt{2} = \boxed{9\sqrt{2}}$

c) $-\sqrt{48} = -\sqrt{16 \times 3} = -\sqrt{16} \times \sqrt{3} = \boxed{-4\sqrt{3}}$

d) $5\sqrt{18} = 5 = 5\sqrt{9 \times 2} = 5\sqrt{9} \times \sqrt{2} = 5 \times 3 \times \sqrt{2} = \boxed{15\sqrt{2}}$

e) $-4\sqrt{32} = -4\sqrt{16 \times 2} = -4\sqrt{16} \times \sqrt{2} = -4 \times 4 \times \sqrt{2} = \boxed{-16\sqrt{2}}$

f) $2 \times \sqrt{700} \times 8 = 2 \times 8\sqrt{100 \times 7} = 16\sqrt{100} \times \sqrt{7} = 16 \times 10 \times \sqrt{7} = \boxed{160\sqrt{7}}$

Exercice n°18 page 61

Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

a) $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ **b)** $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$ **c)** $\sqrt{7} \times 3\sqrt{14}$ **d)** $7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70}$

a) $\sqrt{2} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{2 \times 2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = \boxed{2\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{3 \times 3 \times 2} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{2}}$

c) $\sqrt{7} \times 3\sqrt{14} = \sqrt{7} \times 3\sqrt{7 \times 2} = 3\sqrt{7 \times 7 \times 2} = 3\sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 3 \times 7 \times \sqrt{2} = \boxed{21\sqrt{2}}$

d) $7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70} = 7 \times 5\sqrt{2 \times 70} = 35\sqrt{2 \times 2 \times 35} = 35\sqrt{2^2} \times \sqrt{35} = 35 \times 2 \times \sqrt{35} = \boxed{70\sqrt{35}}$

Exercice n°20 page 61 *Somme et différence de racines carrées*

a) On considère la somme $A = \sqrt{36} + \sqrt{64}$. Calcule A.
b) On considère l'expression $B = \sqrt{100}$. Calcule B.
c) Que peux-tu en conclure ? Justifie ta réponse.
d) Trouve un exemple similaire pour la différence de deux racines carrées.
e) Que peux-tu déduire des deux exemples précédents ?

a) $A = \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = \boxed{14}$

b) $B = \sqrt{100} = \boxed{10}$

c) Cet exemple montre que $\sqrt{36} + \sqrt{64} \neq \sqrt{36 + 64}$.

Donc que pour tous nombres positifs a et b, $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a + b}$.

d) $\sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$, et $\sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$, donc $\sqrt{25} - \sqrt{16} \neq \sqrt{25 - 16}$.

e) Cet exemple montre que pour tous nombres positifs a et b, $\sqrt{a} - \sqrt{b} \neq \sqrt{a - b}$.

Exercice n°45 page 64

Développe et réduis les expressions suivantes.

$A = \sqrt{3}(2 - 5\sqrt{3})$ $B = 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 7\sqrt{18})$ $C = (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2}$ $D = 2\sqrt{12}\,(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$

$A = \sqrt{3}(2 - 5\sqrt{3})$
$A = 2 \times \sqrt{3} - \sqrt{3} \times 5\sqrt{3}$
$A = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3}^2$
$A = 2\sqrt{3} - 5 \times 3$
$A = \boxed{2\sqrt{3} - 15}$

$B = 5\sqrt{2}(\sqrt{2} - 7\sqrt{18})$
$B = 5\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 5\sqrt{2} \times 7\sqrt{18}$
$B = 5\sqrt{2}^2 - 5 \times 7 \times \sqrt{2} \times \sqrt{18}$
$B = 5 \times 2 - 35\sqrt{36}$
$B = 10 - 35 \times 6$
$B = 10 - 210$
$B = \boxed{-200}$

$C = (\sqrt{6} + 2)\sqrt{2}$
$C = \sqrt{6} \times \sqrt{2} + 2 \times \sqrt{2}$
$C = \sqrt{12} + 2\sqrt{2}$
$C = \boxed{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}$

$D = 2\sqrt{12}\,(\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{6})$
$D = 2\sqrt{12} \times \sqrt{12} - 2\sqrt{12} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{12} \times \sqrt{6}$
$D = 2(\sqrt{12})^2 - 2\sqrt{36} + 2\sqrt{72}$
$D = 2 \times 12 - 2 \times 6 + 2 \times \sqrt{6^2} \times \sqrt{2}$
$D = 24 - 12 + 2 \times 6\sqrt{2}$
$D = \boxed{12 + 12\sqrt{2}}$

Exercice n°49 page 64

Soit $A = 2 + \sqrt{15}$ et $B = 2 - \sqrt{15}$.
Calcule A^2, B^2 puis $A \times B$.

$A^2 = (2 + \sqrt{15})^2$
$A^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{15} + \sqrt{15}^2$
$A^2 = 4 + 4\sqrt{15} + 15$
$A^2 = \boxed{19 + 4\sqrt{15}}$

$B^2 = (2 - \sqrt{15})^2$
$B^2 = 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{15} + \sqrt{15}^2$
$B^2 = 4 - 4\sqrt{15} + 15$
$B^2 = \boxed{19 - 4\sqrt{15}}$

$A \times B = (2 + \sqrt{15})(2 - \sqrt{15})$
$A \times B = 2^2 - \sqrt{15}^2$
$A \times B = 4 - 15$
$A \times B = \boxed{-11}$

2.1 Quotient de racines carrées

ex. 6

RÈGLE 3

Pour tous **nombres positifs** a et b ($b \neq 0$), $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Exemple 3 :

Simplifie les nombres $A = \sqrt{\dfrac{36}{25}}$ et $B = \dfrac{\sqrt{0,56}}{\sqrt{0,08}}$.

$A = \sqrt{\dfrac{36}{25}} = \dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \dfrac{6}{5}$

$B = \dfrac{\sqrt{0,56}}{\sqrt{0,08}} = \sqrt{\dfrac{0,56}{0,08}} = \sqrt{\dfrac{0,56 \times 100}{0,08 \times 100}} = \sqrt{\dfrac{56}{8}} = \sqrt{7}$

Exercice du cours n°6 page 59

Simplifie $D = \dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$ puis écris $F = \sqrt{\dfrac{15}{45}}$ sous la forme d'un quotient, sans radical au dénominateur.

$D = \dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{4 \times 7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \boxed{2}$.

$F = \sqrt{\dfrac{15}{45}} = \dfrac{\sqrt{3 \times 5}}{\sqrt{9 \times 5}} = \dfrac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{9} \times \sqrt{5}} = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$.

Exercice n°13 page 61

Donne la valeur exacte des expressions.

a) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ **b)** $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ **c)** $(2\sqrt{3})^2$ **d)** $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2}$ **e)** $\dfrac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}}$ **f)** $\dfrac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$

a) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{36} = \boxed{6}$

b) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{50}{2}} = \sqrt{25} = \boxed{5}$

c) $(2\sqrt{3})^2 = 2^2\,(\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = \boxed{12}$

d) $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2} = \sqrt{9} = \boxed{3}$

e) $\dfrac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\dfrac{56}{14}} = \sqrt{4} = \boxed{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \boxed{\sqrt{7}}$

Exercice n°14 page 61

Écris sans radical les expressions.

a) $\sqrt{\frac{4}{9}}$ **b)** $\sqrt{\frac{1}{16}}$ **c)** $\sqrt{\frac{49}{25}}$ **d)** $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{49}{64}}$

a) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \boxed{\frac{2}{3}}$

b) $\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{16}} = \boxed{\frac{1}{4}}$

c) $\sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \boxed{\frac{7}{5}}$

d) $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{2 \times \sqrt{49}}{7 \times \sqrt{64}} = \frac{2 \times 7}{7 \times 8} = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4}}$

Exercice n°19 page 61

Sans utiliser de calculatrice, transforme les expressions suivantes de façon à obtenir une fraction irréductible.

a) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}}$ **b)** $\frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ **c)** $\sqrt{\frac{28}{42}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{45}}$

a) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}} = \frac{\sqrt{3 \times 49}}{\sqrt{3 \times 25}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{49}}{\sqrt{3} \times \sqrt{25}} = \boxed{\frac{7}{5}}$

b) $\frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}} = \frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{4 \times 5}} = \frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{4} \times \sqrt{5}} = \frac{8}{3 \times 2} = \boxed{\frac{4}{3}}$

c) $\sqrt{\frac{28}{42}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{28 \times 30}}{\sqrt{42 \times 45}} = \frac{\sqrt{7 \times 4 \times 6 \times 5}}{\sqrt{7 \times 6 \times 5 \times 9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \boxed{\frac{2}{3}}$

3 RÉDUCTION DE SOMMES

ex. 7 et 8

A SAVOIR

La somme de deux racines carrées n'est pas égale à la racine carrée de la somme : $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$.
Pour simplifier une somme de racines carrées, il faut :
- simplifier chaque racine carrée comme le montre l'**exemple 2** de la **partie 2.1**.
- factoriser la somme avec les racines carrées identiques comme le montre l'**exemple 4** ci-dessous.

Exemple 4 :

Réduis la somme $A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$.

$A = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ ⟶ On remarque que $\sqrt{5}$ est un facteur commun aux trois termes de la somme.

$A = (1 - 2 + 7)\sqrt{5}$ ⟶ On factorise par $\sqrt{5}$.

$A = 6\sqrt{5}$ ⟶ On réduit la somme.

Exemple 5 :

Écris $B = 2\sqrt{72} - 7\sqrt{18}$ sous la forme $c\sqrt{d}$, où c et d sont deux entiers relatifs, d étant le plus petit possible.

$B = 2\sqrt{36 \times 2} - 7\sqrt{9 \times 2}$ ⟶ On décompose 72 et 18 pour faire apparaître le produit d'un carré parfait (le plus grand possible) par un même entier.

$B = 2\sqrt{36} \times \sqrt{2} - 7\sqrt{9} \times \sqrt{2}$ ⟶ On décompose la racine carrée de chacun des produits.

$B = 2 \times 6\sqrt{2} - 7 \times 3\sqrt{2}$ ⟶ On applique la définition d'une racine carrée.

$B = 12\sqrt{2} - 21\sqrt{2} = -9\sqrt{2}$ ⟶ On donne l'écriture demandée dans l'énoncé.

Exercice n°21 page 59

Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{2}$ ou $a\sqrt{3}$, où a est un entier relatif.

$A = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ $C = \sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3}$ $E = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$B = 7\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$ $D = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}$ $F = 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$A = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$A = (4 + 2)\sqrt{2}$

$A = \boxed{6\sqrt{2}}$

$B = 7\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$
$B = (7 - 9)\sqrt{3}$
$B = \boxed{-2\sqrt{3}}$

$C = \sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3}$
$C = (1 - 8 + 15)\sqrt{3}$
$C = \boxed{8\sqrt{3}}$

$D = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}$
$D = (3 - 5 + 1)\sqrt{2}$
$D = \boxed{-\sqrt{2}}$

$E = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
$E = (4 - 6 + 2)\sqrt{2}$
$E = \boxed{0}$

$F = 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
$F = (5 - 7 + 3)\sqrt{3}$
$F = \boxed{\sqrt{3}}$

Exercice du cours n°7 page 59

Réduis les sommes $C = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{7}$ et $D = 11\sqrt{5} - 25\sqrt{5} + 14\sqrt{5}$.

$C = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - \sqrt{7} = (3 + 2 - 1)\sqrt{7} = \boxed{4\sqrt{7}}$.

$D = 11\sqrt{5} - 25\sqrt{5} + 14\sqrt{5} = (11 - 25 + 14)\sqrt{5} = 0\sqrt{5} = \boxed{0}$.

Exercice du cours n°8 page 59

Écris $E = \sqrt{12} + 5\sqrt{27} - \sqrt{3}$ et $F = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 7\sqrt{125}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

$E = \sqrt{12} + 5\sqrt{27} - \sqrt{3}$
$E = \sqrt{4 \times 3} + 5\sqrt{9 \times 3} - \sqrt{3}$
$E = \sqrt{4} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{9} \times \sqrt{3} - \sqrt{3}$
$E = 2\sqrt{3} + 5 \times 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$
$E = 2\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - \sqrt{3}$
$E = (2 + 15 - 1)\sqrt{3}$
$E = \boxed{16\sqrt{3}}$

$F = \sqrt{180} + 3\sqrt{20} - 7\sqrt{125}$
$F = \sqrt{36 \times 5} + 3\sqrt{4 \times 5} - 7\sqrt{25 \times 5}$
$F = \sqrt{36} \times \sqrt{5} + 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} - 7\sqrt{25} \times \sqrt{5}$
$F = 6\sqrt{5} + 3 \times 2\sqrt{5} - 7 \times 5\sqrt{5}$
$F = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 35\sqrt{5}$
$F = (6 + 6 - 35)\sqrt{5}$
$F = \boxed{-23\sqrt{5}}$

Exercice n°22 page 61 *En deux temps*

a) Écris $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$ et $\sqrt{50}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont entiers et b le plus petit possible.
Réduis l'expression $G = \sqrt{50} + \sqrt{18} - 2\sqrt{8}$.

b) En raisonnant de façon identique, réduis l'expression $H = \sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3}$.

a) $\sqrt{8} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = \boxed{2\sqrt{2}}$

$\sqrt{18} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} = \boxed{3\sqrt{2}}$

$\sqrt{50} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} = \boxed{5\sqrt{2}}$

$G = \sqrt{50} + \sqrt{18} - 2\sqrt{8} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2 \times 2\sqrt{2} = (5 + 3 - 4)\sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

b) $\sqrt{12} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ et $\sqrt{27} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$, donc :

$H = \sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3}$
$H = 2\sqrt{3} - 7 \times 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$
$H = (2 - 21 + 1)\sqrt{3} = \boxed{-18\sqrt{3}}$

Exercice n°26 page 62 *Extrait du Brevet*

a) Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier.
$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$ $\quad B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$

b) En utilisant les résultats de la question **a)**, démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

a) $A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$
$A = 3\sqrt{2^2} \times \sqrt{5} + \sqrt{3^2} \times \sqrt{5}$
$A = 3 \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
$A = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
$A = \boxed{9\sqrt{5}}$

$B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$
$B = \sqrt{6^2} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = \boxed{3\sqrt{5}}$

b) $A \times B = 9\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 9 \times 3 \times \sqrt{5^2} = 27 \times 5 = \boxed{135}$

$\frac{A}{B} = \frac{9\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{9}{3} = \boxed{3}$

Exercice n°31 page 62 *Théorème de Pythagore (bis)*

EDF est un triangle rectangle en F.
On donne $ED = 5\sqrt{2}$ cm et $DF = 3\sqrt{2}$ cm.
a) Détermine la valeur exacte de EF.
Tu donneras le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier positif.
b) Donne la valeur exacte du périmètre du triangle EDF puis l'arrondi au millimètre.

a) D'après le théorème de Pythagore dans le triangle EDF rectangle en F :
$ED^2 = EF^2 + DF^2$
$(5\sqrt{2})^2 = EF^2 + (3\sqrt{2})^2$
$25 \times 2 = EF^2 + 9 \times 2$
$50 = EF^2 + 18$
$EF^2 = 50 - 18$
$EF^2 = 32$
$EF = \sqrt{32} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{2} = \boxed{4\sqrt{2}}$

b) $ED + EF + DF = 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
Le périmètre du triangle EDF est $\boxed{12\sqrt{2}\text{ cm}}$ soit $\boxed{17{,}0\text{ cm}}$ environ.

Exercice n°32 page 62 *Rectangle ou non rectangle ?*

Dans chaque cas, détermine si le triangle GHI est rectangle ou non. Justifie ta réponse.
a) GH = 5 dm ; GI = 7 dm et $HI = \sqrt{74}$ dm.
b) $GH = \sqrt{13}$ m ; $HI = \sqrt{12}$ m et GI = 6 m.

a) $\sqrt{74} \approx 8{,}6$ donc HI est le plus grand côté. On calcule :
d'une part : $HI^2 = (\sqrt{74})^2 = 74$;
d'autre part : $GH^2 + GI^2 = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$.
$HI^2 = GH^2 + GI^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle GHI est $\boxed{\text{rectangle en G}}$.

b) $\sqrt{13} \approx 3{,}6$ donc GI est le plus grand côté. On calcule :
d'une part : $GI^2 = 6^2 = 36$;
d'autre part : $GH^2 + HI^2 = (\sqrt{13})^2 + (\sqrt{12})^2 = 13 + 12 = 25$.
On a donc $GI^2 \neq GH^2 + HI^2$. Or, si le triangle était rectangle, on aurait d'après le théorème de Pythagore :
$GH^2 + HI^2 = GI^2$. Comme ce n'est pas le cas, le triangle GHI n'est $\boxed{\text{pas rectangle}}$.

Exercice n°24 page 62

Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs, avec b le plus petit possible.
$A = \sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 7\sqrt{8}$ $B = \sqrt{20} - 8\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$ $C = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$ $D = 5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$

$A = \sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 7\sqrt{8}$
$A = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2} + 4\sqrt{3^2} \times \sqrt{2} - 7\sqrt{2^2} \times \sqrt{2}$

$A = 5\sqrt{2} + 4 \times 3\sqrt{2} - 7 \times 2\sqrt{2}$
$A = 5\sqrt{2} + 12\sqrt{2} - 14\sqrt{2}$
$A = \boxed{3\sqrt{2}}$

$B = \sqrt{20} - 8\sqrt{45} + 2\sqrt{5}$
$B = \sqrt{2^2} \times \sqrt{5} - 8\sqrt{3^2} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$B = 2\sqrt{5} - 8 \times 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$B = 2\sqrt{5} - 24\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$
$B = \boxed{-20\sqrt{5}}$

$C = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300}$
$C = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} + \sqrt{5^2} \times \sqrt{3} + 4\sqrt{10^2} \times \sqrt{3}$
$C = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 4 \times 10\sqrt{3}$
$C = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 40\sqrt{3}$
$C = \boxed{47\sqrt{3}}$

$D = 5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7}$
$D = 5\sqrt{3^2} \times \sqrt{7} - \sqrt{2^2} \times \sqrt{7} + \sqrt{7}$
$D = 5 \times 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$
$D = 15\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7}$
$D = \boxed{14\sqrt{7}}$

Exercice n°25 page 62

Écris sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a, b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$A = 7 - \sqrt{12} - 8 + 3\sqrt{27}$ $B = 3\sqrt{50} - \sqrt{49} + 2\sqrt{8}$ $C = 2\sqrt{18} + \sqrt{16} - 7\sqrt{81}$

$A = 7 - \sqrt{12} - 8 + 3\sqrt{27}$
$A = 7 - 8 - \sqrt{12} + 3\sqrt{27}$
$A = -1 - \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} + 3\sqrt{3^2} \times \sqrt{3}$
$A = -1 - 2\sqrt{3} + 3 \times 3\sqrt{3}$
$A = -1 - 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3}$
$A = \boxed{-1 + 7\sqrt{3}}$

$B = 3\sqrt{50} - \sqrt{49} + 2\sqrt{8}$
$B = 3\sqrt{5^2} \times \sqrt{2} - 7 + 2\sqrt{2^2} \times \sqrt{2}$
$B = -7 + 3 \times 5\sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{2}$
$B = -7 + 15\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
$B = \boxed{-7 + 19\sqrt{2}}$

$C = 2\sqrt{18} + \sqrt{16} - 7\sqrt{81}$
$C = 2\sqrt{3^2} \times \sqrt{2} + 4 - 7 \times 9$
$C = 2 \times 3\sqrt{2} + 4 - 63$
$C = \boxed{-59 + 6\sqrt{2}}$

4 RÉSOLUTION D'ÉQUATION DU TYPE $x^2 = a$

ex. 9 et 10

RÈGLES 4

Pour tout nombre a,

- Si $a > 0$, alors l'équation $x^2 = a$ admet **deux solutions** : $\sqrt{a}$ ou $-\sqrt{a}$.
- Si $a = 0$, alors l'équation $x^2 = 0$ admet **une seule solution** : 0.
- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'admet **pas de solution**.

Exemple 6 :

Résous les équations $x^2 = 3$, $x^2 = 36$, $x^2 = -9$ et $5x^2 = 125$.

- $3 > 0$ donc les deux solutions de l'équation $x^2 = 3$ sont $-\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}$.
- $36 > 0$ donc les deux solutions de l'équation $x^2 = 36$ sont $-\sqrt{36}$ et $\sqrt{36}$, soit -6 et 6.
- -9 est **strictement négatif** et x^2 est **positif**, donc l'équation $x^2 = -9$ n'a pas de solution.

- $5x^2 = 125$ équivaut à $x^2 = \dfrac{125}{5}$, soit à $x^2 = 25$.

  $25 > 0$ donc les deux solutions de l'équation $5x^2 = 125$ sont $-\sqrt{25}$ et $\sqrt{25}$, soit -5 et 5.

Exercice du cours n°9 page 59

Résous les équations : • $x^2 = 121$ • $x^2 = 18$ • $4x^2 = 9$ • $x^2 + 9 = 5$.

- $x^2 = 121$.

  $121 > 0$ donc l'équation admet deux solutions : $-\sqrt{121}$ et $\sqrt{121}$ soit $\boxed{-11 \text{ et } 11}$.

- $x^2 = 18$.

  $18 > 0$ donc l'équation admet deux solutions : $-\sqrt{18} = -\sqrt{9 \times 2} = -\sqrt{9} \times \sqrt{2} = \boxed{-3\sqrt{2}}$ et $\sqrt{18} = \boxed{3\sqrt{2}}$.

- $4x^2 = 9$ soit $x^2 = \dfrac{9}{4}$.

  $\dfrac{9}{4} > 0$ donc l'équation admet deux solutions : $-\sqrt{\dfrac{9}{4}} = \dfrac{-\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \boxed{\dfrac{-3}{2}}$ et $\sqrt{\dfrac{9}{4}} = \boxed{\dfrac{3}{2}}$.

- $x^2 + 9 = 5$, soit $x^2 = 5 - 9$, soit encore $x^2 = -4$.

  $-4 < 0$, donc l'équation n'admet $\boxed{\text{pas de solution}}$.

Exercice du cours n°10 page 59

Résous l'équation $(x + 2)^2 = 1$.

$(x + 2)^2 = 1$ signifie que :

soit $x + 2 = -1$, c'est-à-dire $x = -1 - 2 = -3$;

soit $x + 2 = 1$, c'est-à-dire $x = 1 - 2 = -1$.

Les solutions de cette équation sont donc $\boxed{-3 \text{ et } -1}$.

Exercice n°39 page 63 *Un peu de vocabulaire*

a) Trouve deux nombres dont le carré est égal à 36.
b) Trouve deux nombres a tels que $a^2 = 0{,}49$.
c) Peux-tu trouver un nombre dont le carré est égal à -100 ? Justifie ta réponse.

a) $6^2 = 36$ et $(-6)^2 = 36$ donc $\boxed{6 \text{ et } -6}$ ont pour carré 36.

b) Pour $a = \boxed{0{,}7}$ ou $a = \boxed{-0{,}7}$, on a $a^2 = 0{,}49$.

c) C'est $\boxed{\text{impossible}}$ car un carré est toujours positif.

Exercice n°41 page 63

Trouve la (les) solution(s) des équations suivantes, lorsque celle(s)-ci existe(nt).

a) $x^2 = 9$ **b)** $x^2 = 5$ **c)** $x^2 = \dfrac{25}{16}$ **d)** $x^2 = 0$ **e)** $x^2 = -16$ **f)** $4x^2 = 49$

a) Les solutions sont : $x = \boxed{3}$ et $x = \boxed{-3}$.

b) Les solutions sont : $x = \boxed{\sqrt{5}}$ et $x = \boxed{-\sqrt{5}}$.

c) Les solutions sont : $x = \sqrt{\dfrac{25}{16}} = \dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \boxed{\dfrac{5}{4}}$ et $x = \boxed{\dfrac{-5}{4}}$.

d) La solution est : $x = \boxed{0}$

e) Cette équation n'a $\boxed{\text{pas de solution}}$ car un carré est toujours positif.

f) Les solutions sont : $x = \sqrt{\dfrac{49}{4}} = \dfrac{\sqrt{49}}{\sqrt{4}} = \boxed{\dfrac{7}{2}}$ et $x = \boxed{\dfrac{-7}{2}}$.

Exercice n°42 page 63

Résous les équations suivantes.

a) $x^2 - 5 = 20$ **b)** $8 + 2x^2 = 40$ **c)** $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$ **d)** $x^2 + 110 = 10$

a) $x^2 - 5 = 20$
$x^2 - 5 + 5 = 20 + 5$
$x^2 = 25$
Les solutions sont : $x = \boxed{5}$ et $x = \boxed{-5}$.

b) $8 + 2x^2 = 40$
$8 + 2x^2 - 8 = 40 - 8$
$2x^2 = 32$
$x^2 = 16$
Les solutions sont : $x = \boxed{4}$ et $x = \boxed{-4}$.

c) $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$
$7x^2 - 6x^2 = 27 + 3$
$x^2 = 30$
Les solutions sont : $x = \boxed{\sqrt{30}}$ et $x = \boxed{-\sqrt{30}}$.

d) $x^2 + 110 = 10$
$x^2 + 110 - 110 = 10 - 110$
$x^2 = -100$
Cette équation n'a $\boxed{\text{pas de solution}}$ car un carré est toujours positif.

Exercice n°43 page 63

Résous les équations suivantes.

a) $(x + 1)^2 = 9$ **b)** $x^2 + 1 = 9$

a) On aboutit à deux équations :

$x + 1 = 3$ ou $x + 1 = -3$

soit $x = \boxed{2}$ ou $x = \boxed{-4}$.

b) $x^2 + 1 = 9$
$x^2 + 1 - 1 = 9 - 1$
$x^2 = 8$
Les solutions sont : $x = \sqrt{8} = \boxed{2\sqrt{2}}$ et $x = -\sqrt{8} = \boxed{-2\sqrt{2}}$.