

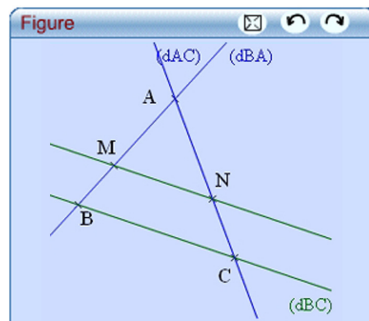
Activité 1 : Théorème de Thalès

1. Avec le logiciel TracenPoche

- a. Place trois points distincts A, B et C, non alignés. Trace les droites (AB), (BC) et (CA). Place un point M sur la droite (AB) puis construis la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelle N le point d'intersection de cette droite avec la droite (AC).

- b. Quelles sont les différentes possibilités pour la position du point M ? Pour chacune d'elles, fais un dessin sur ton cahier.

- c. En utilisant le bouton , affiche les longueurs AM, AB, AN, AC, MN et BC sur la figure. Dans la fenêtre *Analyse*, saisis les expressions ci-contre puis appuie sur la touche F9. Que remarques-tu lorsque M décrit chacune des positions définies au b. ?



Analyse

calc(AM/AB)=
calc(AN/AC)=
calc(MN/BC)=

2. 1^{er} cas : M appartient au segment [AB]

- a. Que peux-tu dire des longueurs des côtés des triangles AMN et ABC ?
b. Applique alors le théorème vu en quatrième pour justifier ce résultat.

3. 2^e cas : M appartient à la demi-droite [AB) mais pas au segment [AB]

- a. En te plaçant dans le triangle AMN, démontre que les quotients $\frac{AB}{AM}$, $\frac{AC}{AN}$ et $\frac{BC}{MN}$ sont égaux.
b. Qu'en déduis-tu pour les quotients $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$? Justifie.

4. 3^e cas : M appartient à la droite (AB) mais pas à la demi-droite [AB)

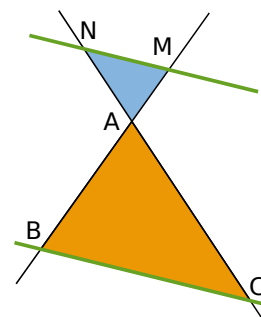
- a. Trace un triangle ABC. Place un point M appartenant à la droite (AB) sans appartenir à la demi-droite [AB). Construis la parallèle à la droite (BC) passant par M. Elle coupe la droite (AC) en N. Construis le point M' symétrique du point M par rapport au point A et le point N' symétrique du point N par rapport au point A.

- b. Montre que les droites (MN) et (M'N') sont parallèles. Dédus-en que les droites (BC) et (M'N') sont parallèles.

- c. Applique la propriété de proportionnalité des longueurs dans le triangle ABC.

- d. Que peux-tu dire des longueurs AM et AM' ? Des longueurs AN et AN' ? Des longueurs MN et M'N' ? Justifie.

- e. En utilisant les questions c. et d., montre que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



5. Conclusion

Recopie et complète le théorème (appelé théorème de Thalès) :

Soient (...) et (...) deux droites sécantes en A.
Si les droites et sont alors

Activité 2 : Avec un guide-âne

1. Construction

Sur une feuille blanche, trace une série de 15 droites parallèles espacées de 1 cm : cet outil s'appelle un guide-âne.

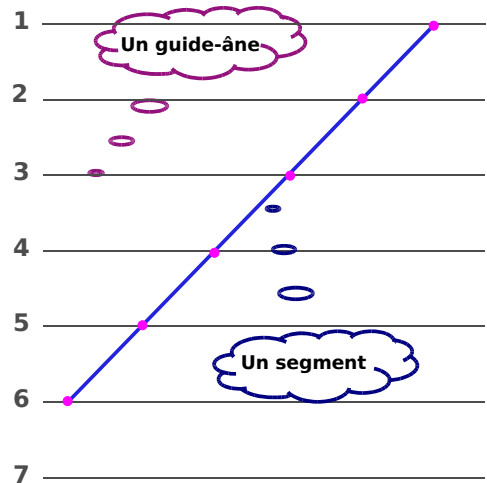
Ce nom fait référence à l'âne qui tirait les barges le long des bords parallèles des rivières. La corde tendue suivait un chemin parallèle aux bords de la rivière.

1. Explication

- On a placé un segment sur le guide-âne, explique ce qui lui arrive. Trace cette figure puis complète-la pour pouvoir le démontrer.
- À ton avis, quel est l'intérêt d'un tel outil ?

2. Utilisation

- Sur une feuille de papier calque, trace un segment $[AB]$ de 5 cm de longueur. Utilise le guide-âne pour couper ce segment en trois segments de même longueur. Place un point M sur le segment $[AB]$ tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.
- Avec ce guide-âne, peux-tu partager le segment $[AB]$ en sept segments de même longueur ? Pourquoi ? Que faudrait-il pour que tu puisses le faire ?
- Trace un segment $[CD]$ de 8 cm de longueur sur la feuille de papier calque puis partage-le en sept segments de même longueur. Place alors un point P sur la droite (CD) tel que $\frac{CP}{CD} = \frac{6}{7}$. Que remarques-tu ?
- Trace un segment $[EF]$ de 6,3 cm de longueur. Place un point R sur la droite (EF) tel que $\frac{ER}{EF} = \frac{5}{3}$. Où se trouve le point R ?



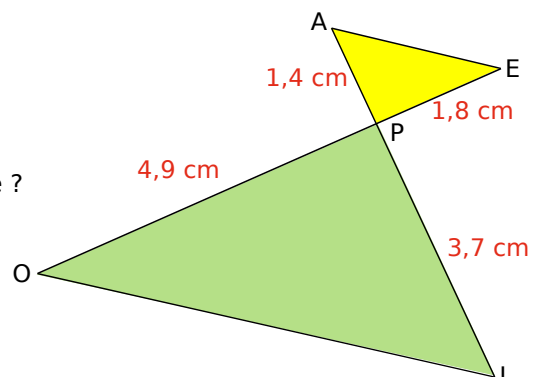
3. Avec le logiciel TracenPoche

- Trace un segment $[AB]$. À l'aide du bouton , partage le segment $[AB]$ en cinq segments de même longueur. Explique comment tu procèdes.
- Sur quels éléments du guide-âne peux-tu jouer ? Quel est l'intérêt d'un tel outil ?

Activité 3 : Papillon ?

Que peux-tu démontrer à partir de cette figure ?

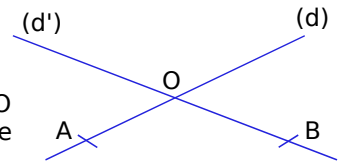
Quel théorème utilises-tu ?



Activité 4 : Réciproque

1. Une conjecture

- Énonce la réciproque du théorème de Thalès.
Le but est maintenant de savoir si elle est vraie ou fausse.
- Sur ton cahier, trace deux droites (d) et (d') sécantes en O puis place les points A et B comme sur la figure ci-contre avec $OA = 9$ cm et $OB = 8$ cm.



Dans la suite de cette partie, on considère que **les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre**. M sera nommé successivement M_1, M_2, M_3 et N sera nommé successivement N_1, N_2, N_3 .

- Place les points M_1 sur [OA) et N_1 sur [OB) tels que $\frac{OM_1}{OA} = \frac{3}{5}$ et $\frac{ON_1}{OB} = \frac{3}{5}$.
Que remarques-tu ?
- Place les points $M_2 \in [OA)$ et $N_2 \in [OB)$ tels que $\frac{OM_2}{OA} = \frac{ON_2}{OB} = \frac{5}{4}$. Que remarques-tu ?
- Dans cette question, $M_3 \in (OA)$ mais $M_3 \notin [OA)$ et $N_3 \in (OB)$ mais $N_3 \notin [OB)$.
Complète la figure précédente en plaçant les points M_3 et N_3 tels que $\frac{OM_3}{OA} = \frac{ON_3}{OB} = \frac{1}{2}$.
Que remarques-tu ?
- Cette réciproque semble-t-elle vraie ou fausse ?

2. Démonstration

On suppose que les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et que $\frac{OM}{OA} = \frac{ON}{OB}$.

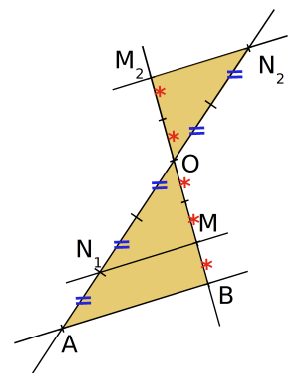
On appelle K le point d'intersection de (OB) et de la parallèle à (AB) passant par M.

- Si M appartient à [OA), où se trouve le point K ? Fais un dessin.
Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA) ? Fais un dessin.
- Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ?
Écris alors les égalités de quotients.
- Qu'en déduis-tu pour les rapports $\frac{ON}{OB}$ et $\frac{OK}{OB}$? Justifie.
- Que peux-tu conclure pour les points K et N ?
- Que peux-tu dire alors des droites (MN) et (AB) ?
- Qu'en conclus-tu ?

3. Attention à la position des points

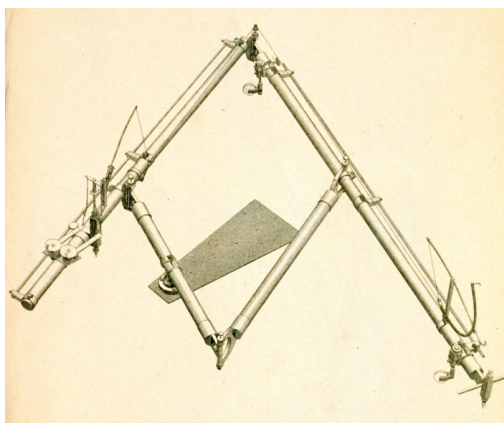
On considère la figure ci-contre.

- Que valent les rapports $\frac{OM}{OB}$, $\frac{ON_1}{OA}$ et $\frac{ON_2}{OA}$? Qu'en déduis-tu ?
- Que dire des droites (MN_1) et (AB) ? Justifie.
- Que dire des droites (MN_2) et (AB) ?
Quelle condition de la réciproque du théorème de Thalès n'est pas respectée ? Conclue.

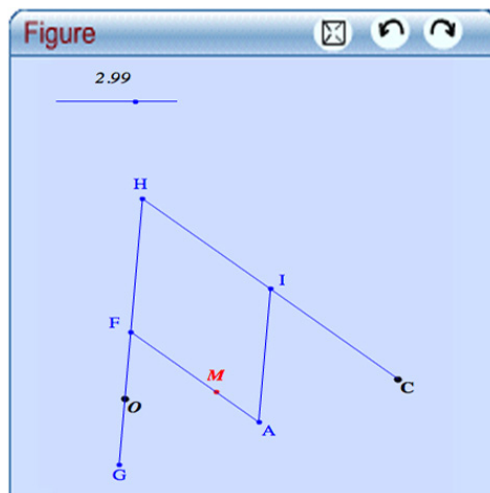


Activité 5 : Avec un pantographe

1. Description et utilisation



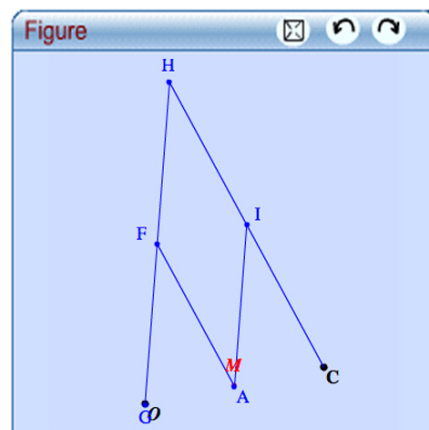
Source Wikimedia Commons



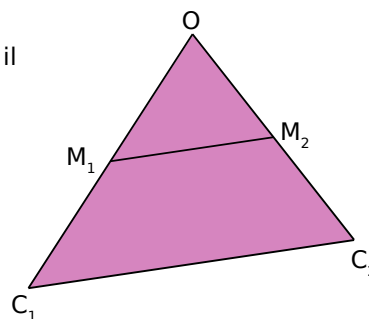
- Voici ci-dessus la photo d'un pantographe. À ton avis, à quoi cet objet peut-il servir ?
- Dans le logiciel TracenPoche, on a simulé un pantographe virtuel (voir ci-dessus).
Déplace le point M. Que se passe-t-il ? (Pour faire plusieurs tentatives, appuie sur la touche F9.)
- Que se passe-t-il si on modifie la valeur avec le curseur ? À quoi cette valeur correspond-elle ?

2. Démonstration dans un cas simple

- On se place dans le cas où le point M se retrouve sur le point A. Que se passe-t-il dans ce cas ? C'est ce que nous allons démontrer.
- Sachant que les points O, M et C sont alignés, que F est le milieu de [OH] et que FHIM est un parallélogramme, démontre que M est le milieu de [OC].



- Voici les positions finales et initiales du point M quand il parcourt le segment $[M_1M_2]$.
Code la figure et démontre que C_1C_2 est le double de M_1M_2 .



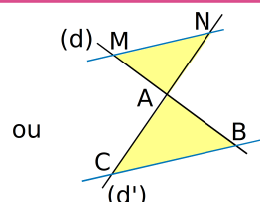
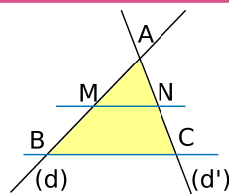
I - Théorème de Thalès

A - Énoncé du théorème

Théorème

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les **droites (BC) et (MN) sont parallèles**

alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

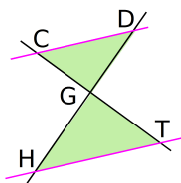


Remarque 1 : M et N peuvent être situés de l'autre côté de A par rapport à B et C.
On parle alors d'une configuration « en papillon » ou « croisée ».

Remarque 2 : Le premier rapport $\frac{AM}{AB}$ comporte les noms des points de la droite (d), tandis que le second rapport comporte les noms des points de (d').

B - Calcul d'une longueur

Exemple : Sur la figure ci-contre, les droites (CD) et (HT) sont parallèles. On donne $DG = 25$ mm ; $GH = 45$ mm ; $CG = 20$ mm et $HT = 27$ mm. Calcule GT et CD.



→ ex 1 et 2

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G. Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$, soit $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.

Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.

$$GT = \frac{45 \times 20}{25}$$

donc GT = 36 mm.

Calcul de CD : $25 \times 27 = 45 \times CD$.

$$CD = \frac{25 \times 27}{45}$$

donc CD = 15 mm.

C - Montrer que deux droites ne sont pas parallèles

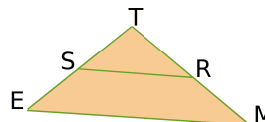
→ ex 3

Théorème

Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A. C et N sont deux points de (d') distincts de A.

Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ alors les droites **(BC) et (MN) ne sont pas parallèles**.

Exemple : Sur la figure ci-contre, $TR = 11$ cm ; $TS = 8$ cm ;
 $TM = 15$ cm et $TE = 10$ cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

$$\text{D'une part, } \frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}.$$

$$\text{D'autre part, } \frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}.$$

$$\text{On constate que } \frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}.$$

Or, si les droites (RS) et (ME) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



II - Réciproque du théorème de Thalès

→ ex 4

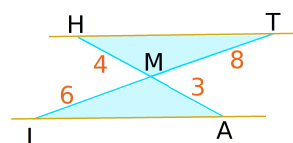
Théorème

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre
et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ alors **les droites (BC) et (MN) sont parallèles.**

Remarque 1 : Attention, il ne suffit pas de vérifier l'égalité des rapports : il faut aussi s'assurer que les points sont bien placés dans le même ordre.

Remarque 2 : Attention, il ne faut pas utiliser les valeurs approchées pour affirmer que deux quotients sont égaux.

Exemple : Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



D'une part, $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$.

D'autre part, $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$. De plus, les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

III - Agrandissements ou réductions

→ ex 5

Définition

Lorsque deux figures ont la **même forme** et des **longueurs proportionnelles**, on dit que l'une est un agrandissement ou une réduction de l'autre.

Remarque : Si $\mathcal{F}$ est un agrandissement de $\mathcal{F}'$ alors $\mathcal{F}'$ est une réduction de $\mathcal{F}$. Le coefficient de proportionnalité k est le rapport d'agrandissement ($k > 1$) ou de réduction ($0 < k < 1$).

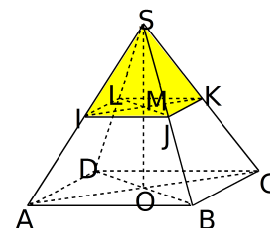
Propriété

Dans un agrandissement ou une réduction, les **mesures des angles**, la **perpendicularité** et le **parallélisme** sont conservés.

Exemple : La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne $AB = 6$ cm ; $SA = 15$ cm et $SI = 5$ cm.

a. Calcule IJ.

b. Que dire des angles $\widehat{SIJ}$ et $\widehat{SAB}$?



a. On sait que la pyramide SIJKL est une réduction de rapport k de la pyramide SABCD. Donc les longueurs des deux pyramides sont proportionnelles.

[SI] étant une réduction de rapport k de [SA], on en déduit que : $k = \frac{SI}{SA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

De même, [IJ] est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de [AB]. Donc $IJ = k \times AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

b. Les angles $\widehat{SIJ}$ et $\widehat{SAB}$ ont la même mesure car le triangle SIJ est une réduction du triangle SAB.

Exercices corrigés par animation

<http://manuel.sesamath.fr>

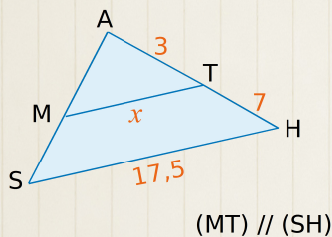


À toi de jouer!

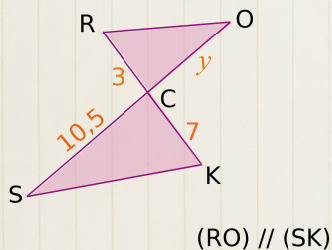


1 Dans chacun des cas suivants, calcule, si c'est possible, la valeur de x , y et z indiquée sur la figure.

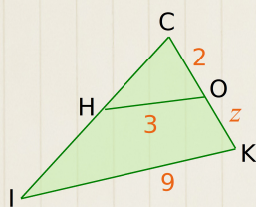
a.



b.



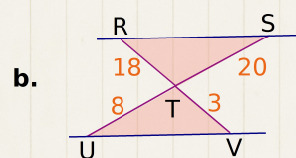
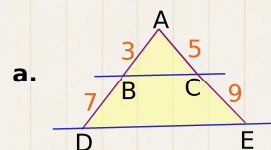
c.



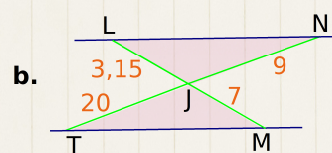
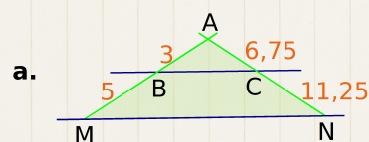
2 Dans le triangle DOT, E est un point de [DO]. La parallèle à (OT) passant par E coupe [DT] en F. On sait que $DO = 6$ cm ; $DT = 5$ cm ; $OT = 8$ cm et $DF = 1$ cm. Calcule DE et EF.



3 Montre que les droites bleues ne sont pas parallèles.



4 Montre que les droites bleues dans les figures ci-dessous sont parallèles.



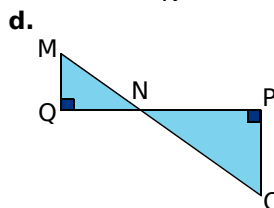
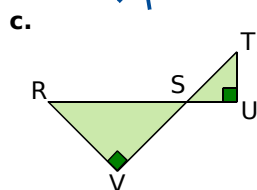
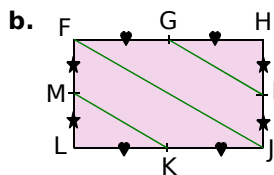
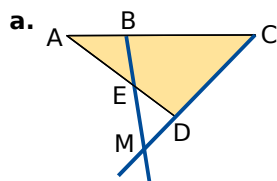
5 Soit TRAN un losange tel que $TR = 5$ cm et tel que l'angle TRA mesure 30° . On sait que JEDI est un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ de TRAN. Construis JEDI.

Tous ces exercices sont également corrigés à la fin du manuel.

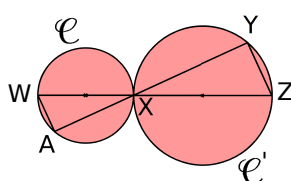


Théorème de Thalès

1 Peux-tu utiliser le théorème de Thalès dans les figures ci-dessous ? Justifie ta réponse.

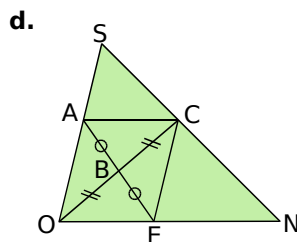
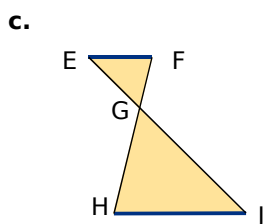
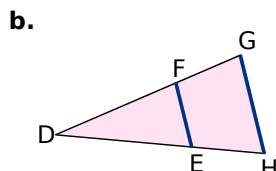
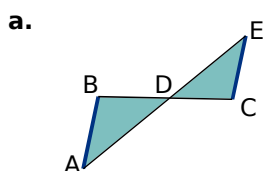


e. [WX] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$ et [XZ] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}'$.

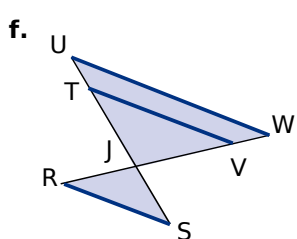
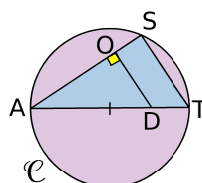


2 Rapports égaux

Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux. Tu préciseras les droites parallèles utilisées. Les droites représentées en bleu sont parallèles.

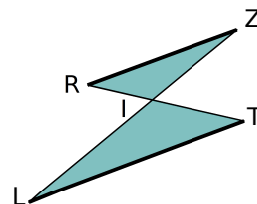


e. [AT] est un diamètre du cercle $\mathcal{C}$.



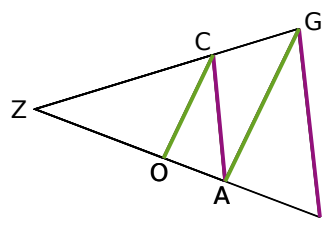
3 Les points L, I, Z sont alignés et les points R, I, T aussi. Les droites (RZ) et (LT) sont parallèles.

On donne $RZ = 5$ cm ;
 $RI = 2$ cm et $IT = 3$ cm.



- Reproduis cette figure à main levée et reportes-y les données de l'énoncé.
- Écris les rapports de longueurs égaux.
- Quelle(s) longueur(s) pourrais-tu calculer ?

4 Des lacets



Sur la figure ci-dessus, les droites représentées en vert et en violet sont parallèles deux à deux.

- Décris les deux configurations de Thalès présentes dans cette figure.
- Écris tous les rapports de longueurs égaux à $\frac{ZC}{ZG}$. Tu préciseras les droites parallèles que tu as utilisées.

5 Construis le triangle NAF tel que $NA = 5,6$ cm ; $FA = 4,2$ cm et $\widehat{NAF} = 70^\circ$.

Place sur [NA] le point R tel que $AR = 8$ cm.
La parallèle à la droite (NF) passant par R coupe (FA) en T.

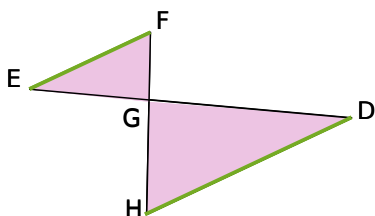
- Trace en couleur les droites parallèles. Écris les rapports de longueurs égaux.
- Calcule la longueur AT. Vérifie sur ta figure.

6 Un triangle SEL est tel que $SE = 6$ cm et $SL = 3$ cm. Le point I est le point de [LS] tel que $SI = 5,1$ cm. La parallèle à la droite (EL) passant par I coupe (ES) en X. On a alors $IX = 6,8$ cm.

- Trace une figure à main levée. Code la figure avec les données de l'énoncé.
- Calcule les longueurs SX et EL.

7 Soit PEM un triangle. A est un point du segment $[PE]$ et B est un point du segment $[PM]$ tels que $BM = 30$ cm ; $AB = 30$ cm ; $ME = 50$ cm et $(AB) \parallel (ME)$. À l'aide du théorème de Thalès, on obtient $PM = 45$ cm. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

8 Les droites en vert sont parallèles.

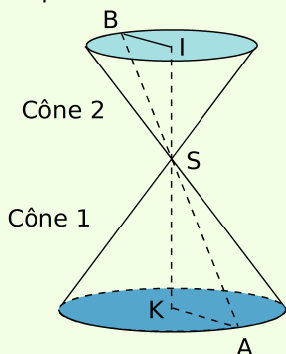


On sait que $GH = 15$ cm ; $GF = 6$ cm ; $GD = 14,2$ cm et $HD = 7,3$ cm.

Calcule les longueurs EF et EG .

9 *Extrait du Brevet*

Les deux cônes de révolution de rayons KA et IB sont opposés par le sommet.



Les droites (AB) et (KI) se coupent en S , et de plus (BI) et (KA) sont parallèles.

On a $KA = 4,5$ cm ; $KS = 6$ cm et $SI = 4$ cm.

Calculer BI .

10 *À la recherche des parallèles perdues*

$BANC$ est un parallélogramme tel que $BA = 4$ cm ; $BC = 6$ cm et $AC = 8$ cm.

P est le point de $[AC]$ tel que $AP = 2,4$ cm.

La parallèle à (BC) passant par P coupe $[CN]$ en O .

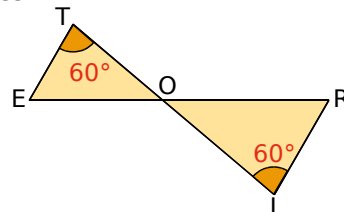
- Trace une figure en vraie grandeur.
- Montre que les droites (PO) et (AN) sont parallèles.
- Calcule les longueurs CO et PO .

11 LOT est un triangle tel que $OL = 9$ cm ; $OT = 7$ cm et $LT = 5$ cm.

On appelle M le milieu du segment $[LO]$ et N le milieu du segment $[TL]$.

- Montre que les droites (MN) et (OT) sont parallèles.
- Calcule la longueur MN .

12 Les points T, O, I sont alignés et les points R, O, E aussi.



On donne $ET = 2,4$ cm ; $OT = 6,4$ cm ; $OR = 7$ cm et $RI = 3$ cm.

Calcule, en justifiant, les longueurs OE , OI et ER .

13 $EURO$ est un parallélogramme tel que $EO = 5$ cm et $OR = 6$ cm.

Le point P est le point de (OE) qui n'appartient pas à $[OE]$ tel que $EP = 3$ cm. La droite (PR) coupe $[EU]$ en A .

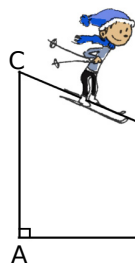
Calcule les longueurs EA et AU .

Petits problèmes

14 *Aux sports d'hiver*

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment $[BC]$ de longueur 1 200 m.

À son point de départ C , le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC , est de 200 m. Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH , est alors de 150 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

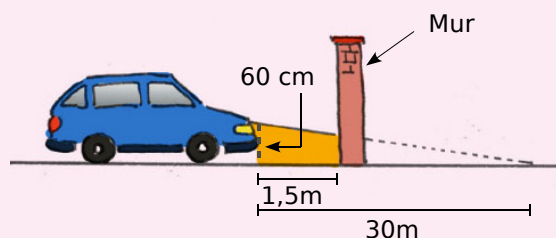
15 Sécurité routière

D'après le code de la route (Article R313 - 3) :

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.

La figure n'est pas à l'échelle.



Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.

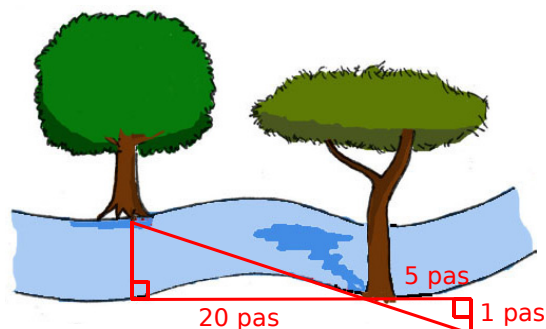
À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

16 Promenons-nous dans les bois

Par un beau dimanche ensoleillé, Julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire, au bord de la rivière Arc.

Il se demande quelle est la largeur de cette rivière.

Il prend des repères, compte ses pas et dessine le schéma ci-dessous.

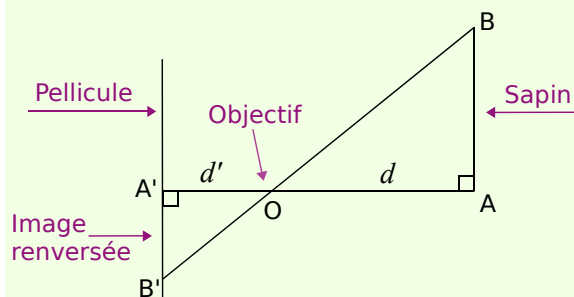


a. Quelle est, en nombre de pas, la largeur de la rivière qu'obtient approximativement Julien ?

b. Julien estime la longueur de son pas à 65 cm. Donne une valeur approximative de la largeur de cette rivière, au centimètre près.

17 Extrait du Brevet

Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.



a. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

b. Démontrer l'égalité : $\frac{d}{d'} = \frac{AB}{A'B'}$.

c. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm.

Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Parallèles ou non ?

18 Prenons de bonnes habitudes

ABC est un triangle. D est un point de [AB] et E est un point de (AC) n'appartenant pas à [AC]. On donne $AB = 4$ cm ; $AC = 3$ cm ; $AD = 1,2$ cm et $AE = 0,9$ cm.

a. Alixien a écrit sur sa copie :

« Les droites (EC) et (DB) sont sécantes en A.

D'une part, $\frac{AD}{AB} = \frac{1,2}{4} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$.

D'autre part, $\frac{AE}{AC} = \frac{0,9}{3} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$.

Comme $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, alors les droites (BC) et (ED) sont parallèles. »

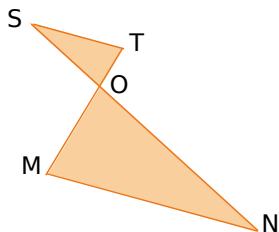
Quel théorème Alixien a-t-il utilisé ?

b. Trace une figure.

c. La réponse d'Alixien est-elle juste ? Si non, rédige la bonne réponse.

19 Démontre que les droites (MN) et (ST) sont parallèles.

On donne $OM = 2,8$ cm ;
 $ON = 5,4$ cm ;
 $OS = 2,7$ cm
 et $OT = 1,4$ cm.



20 ABC un triangle tel que $BC = 3,3$ cm ;
 $AC = 2,4$ cm et $AB = 2,5$ cm.

a. Réalise une figure. Place le point D sur [AC] tel que $CD = 6$ cm et le point E sur [BC] tel que $CE = 9$ cm.

b. Explique pourquoi les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.

21 Thalès incontournable ?

ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 12$ cm et $AC = 8$ cm.

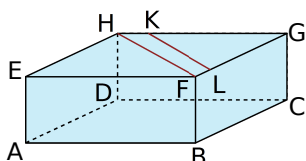
Le point F est le point du segment [AC] tel que $AF = 4$ cm et le point E est le point de [AB] tel que $AE = 6$ cm.

a. Dessine une figure en vraie grandeur.

b. Démontre que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

22 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que $AB = 7$ cm ; $AD = 3$ cm et $AE = 2,5$ cm.

La figure n'est pas en vraie grandeur.

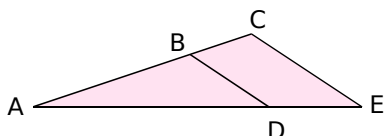


Le point K appartient à l'arête [GH] et le point L appartient à l'arête [GF].

On donne $GK = 6$ cm et $GL = 2,6$ cm.

Les droites (KL) et (HF) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

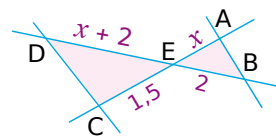
23 On donne les longueurs suivantes :
 $AB = 6,3$ cm ; $BC = 4,9$ cm ; $AE = 16$ cm et $DE = 7$ cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

24 L'unité de longueur choisie est le mètre.

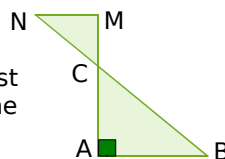
a. Pour $x = 2,5$, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.



b. Pour $x = 1$, les droites (AB) et (DC) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

25

a. Le triangle ABC est rectangle en A. On donne $AB = 6$ cm et $BC = 10$ cm. Démontre que $AC = 8$ cm.



b. On donne $CM = 2,56$ cm et $CN = 3,2$ cm. Explique pourquoi les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

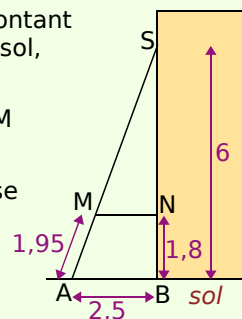
26 Extrait du Brevet

Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois. (Sur le schéma ci-dessous, les mesures sont en mètres.)

a. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.

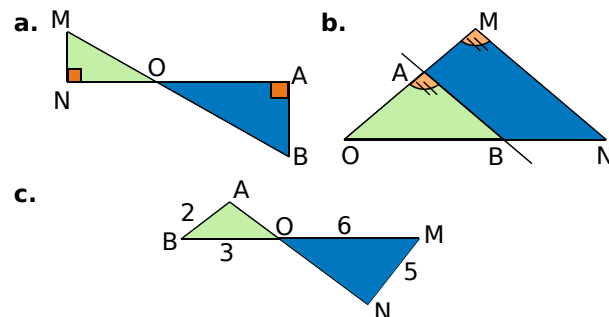
b. Calculer les longueurs SM et SN.

c. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



Agrandissements, réductions

27 Pour chaque figure ci-dessous, indique si le triangle OMN est une réduction ou un agrandissement du triangle OAB ou ni l'un ni l'autre. Justifie ta réponse.

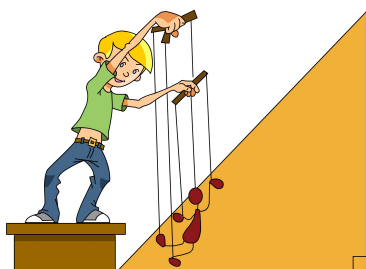


28 Grandir

- Construis un parallélogramme RAVI tel que $RI = 6 \text{ cm}$; $IV = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{RIV} = 130^\circ$.
- Construis un agrandissement de rapport $\frac{5}{4}$ du parallélogramme RAVI.
- Quelle est la nature de la figure obtenue ? Justifie ta réponse.
- Déduis-en la mesure des angles de la figure agrandie. Justifie.

29 Ainsi font font font

Julien souhaite préparer un spectacle de marionnettes en ombres chinoises. Son écran mesure 2 m. Sa marionnette mesure 24 cm. Perché sur une estrade, il tient sa marionnette à 30 cm de la lumière, placée sous l'estrade.

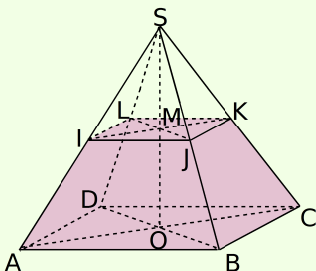


À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour agrandir sa marionnette au maximum ?

30 Extrait du Brevet

Un artisan fabrique des boîtes en forme de tronc de pyramide pour un confiseur. Pour cela, il considère une pyramide régulière SABDC à base carrée où O est le centre du carré ABCD. On a $OA = 12 \text{ cm}$ et $SA = 20 \text{ cm}$.

- Préciser la nature du triangle AOS et montrer que $SO = 16 \text{ cm}$.
- L'artisan coupe cette pyramide SABDC par un plan parallèle à la base tel que $SM = 2 \text{ cm}$ où M est le centre de la section IJKL ainsi obtenue. Calculer le coefficient de réduction transformant la pyramide SABDC en la pyramide SIJKL.
- En déduire la longueur SI puis la longueur IA.



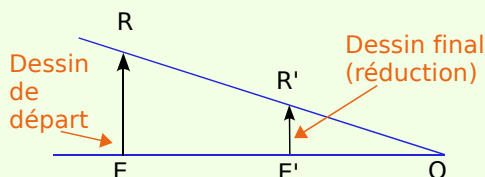
31 Extrait du Brevet

On veut réduire la taille de la flèche RE.

Pour cela, on réalise le schéma ci-après dans lequel (RE) et (R'E') sont parallèles.

Données :

$RE = 8 \text{ cm}$; $OE' = 9 \text{ cm}$; $EE' = 15 \text{ cm}$.



- Calculer la longueur de la flèche réduite R'E'.
- Quel est le coefficient de réduction ?
- En utilisant le même schéma, on veut obtenir une flèche R''E'' dont la longueur est la moitié de la flèche de départ RE. À quelle distance de O sera placé le nouveau point E'' ?

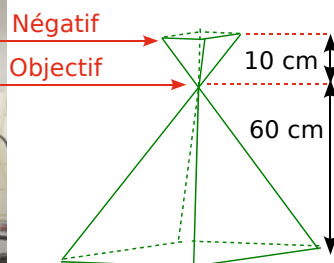
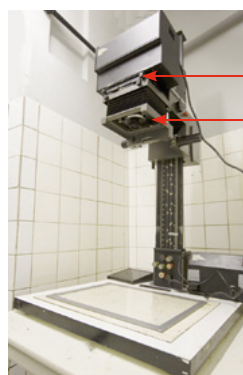
32 Noir & blanc

La photo ci-dessous représente un agrandisseur pour le tirage des photographies noir et blanc argentiques.

Une source de lumière est diffusée à travers le négatif et une lentille appelée objectif. Une image agrandie du négatif est alors projetée sur un plateau.

Les deux pyramides ci-dessous représentées en perspective schématisent le faisceau de lumière.

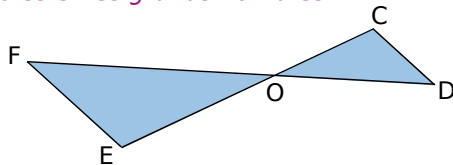
La petite hauteur mesure 10 cm et la grande hauteur mesure 60 cm.



- Les formats des négatifs utilisés sont $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$, $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ et $4'' \times 5''$.
(Le symbole '' représente l'unité de longueur anglo-saxonne, appelée inch, qui correspond environ à 2,54 cm.)
- Avec chacun des négatifs, quel agrandissement maximum peut-on obtenir ?

Exercices d'approfondissement

33 Thalès et les grands nombres

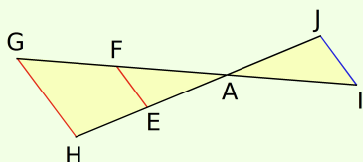


Sur la figure ci-dessus, les droites (DF) et (CE) sont sécantes en O. De plus, on donne $OE = 1\,203,17$; $OC = 1\,056,23$; $OF = 1\,264,09$ et $OD = 1\,109,71$.

Démontrez que les droites (EF) et (CD) sont parallèles.

34 Extrait du Brevet

On considère le schéma ci-dessous.



a. Les droites (IG) et (JH) se coupent en un point A. Le point E est sur (JH) et le point F est sur (IG). Les droites (EF) et (HG) sont parallèles. On a $AE = 3$ cm ; $AF = 4$ cm ; $AH = 7$ cm et $EF = 6$ cm.

Calculer les longueurs AG et HG en justifiant la démarche utilisée. Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible.

b. On a $AI = 6$ cm et $AJ = 4,5$ cm. Les droites (IJ) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier la démarche utilisée.

35 Dans un triangle ABC, on place un point D sur le segment [BC]. La parallèle à (AB) passant par D coupe [AC] en E et la parallèle à (AC) passant par D coupe [AB] en F.

a. Compare $\frac{AF}{AB}$ et $\frac{CD}{CB}$ puis $\frac{AE}{AC}$ et $\frac{BD}{BC}$.

b. Où faut-il placer le point D pour que les droites (EF) et (BC) soient parallèles ?

36 Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O de rayon 3 cm et $\mathcal{C}'$ un cercle de centre O' de rayon 5 cm, tangent en I au cercle $\mathcal{C}$.

a. On considère une tangente commune aux deux cercles qui ne passe pas par I ; elle coupe le cercle $\mathcal{C}$ en T, le cercle $\mathcal{C}'$ en T' et la droite (OO') en A.

Démontrez que (OT) et (O'T') sont parallèles.

b. À quelle distance du point O se trouve le point A ? Justifie ta réponse.

37 On considère un triangle ADF tel que $AD = 6,4$ cm ; $AF = 8$ cm et $DF = 4,8$ cm.

a. Construis le triangle ADF puis démontre qu'il est rectangle en D.

b. Place le point B sur (AD) tel que $AB = 4$ cm et $B \notin [AD]$. La perpendiculaire à (AD) passant par B coupe (AF) en C. Démontrez que les droites (BC) et (DF) sont parallèles.

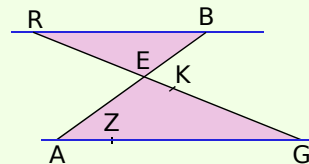
c. Calcule AC et BC.

38 Extrait du Brevet

Sur la figure ci-dessous, les droites (AG) et (RB) sont parallèles ; les droites (AB) et (RG) se coupent en E.

L'unité de longueur est le centimètre.

On donne $BE = 3$; $AE = 5$; $AG = 10$ et $EG = 8$.

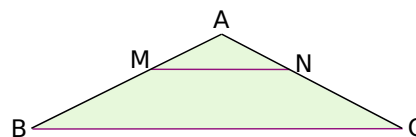


a. Calculer les distances RB et RE.

b. On donne $GK = 6,4$ et $GZ = 8$. Montrer que les droites (ZK) et (AE) sont parallèles.

39 Dans le triangle ABC ci-dessous, on donne $AB = 6$ cm et $BC = 9$ cm.

M est le point de [AB] tel que $AM = 2$ cm. La droite parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en N.



a. Calcule MN.

b. Calcule la valeur exacte de $\frac{AN}{AC}$.

c. On suppose que [NC] mesure 4,4 cm. Calcule AN et AC.

40 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que $EG = 15$ cm et $EF = 10$ cm.

a. Calcule FG arrondie au millimètre.

b. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$ arrondie au degré.

c. La bissectrice (d) de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe [EG] en H. Calcule FH et EH, arrondies au millimètre.

d. La parallèle à (EF) passant par G coupe (d) en K. Calcule GK arrondie au millimètre.



41 Thalès et réciproque

- Construis un triangle ROC et un triangle ARC de telle sorte que les points A et O soient placés de part et d'autre de la droite (RC).
- Place un point F sur [AR]. La parallèle à (AC) passant par F coupe [RC] en G et la parallèle à (OC) passant par G coupe [RO] en H.
- Montre que $\frac{RF}{RA} = \frac{RG}{RC}$ puis que $\frac{RG}{RC} = \frac{RH}{RO}$.
- Démontre que les droites (FH) et (OA) sont parallèles.

42 Thalès et calcul littéral

Construis un triangle RST tel que RS = 10 cm ; RT = 14 cm et ST = 12 cm. Place un point M sur [RS]. On pose RM = x cm. La parallèle à (ST) passant par M coupe [RT] en N.

- Exprime le périmètre du triangle RMN en fonction de x .
- Exprime le périmètre du trapèze MSTN en fonction de x .
- Où faut-il placer le point M pour que les deux périmètres soient égaux ?

43 Thalès et résolution d'équation

Soit ABC un triangle tel que AC = 11 cm ; AB = 7 cm et BC = 8 cm. Soit M un point du segment [BC]. On pose BM = x . La parallèle à (AC) passant par M coupe [AB] en P et la parallèle à (AB) passant par M coupe [AC] en Q. Le but de l'exercice est de déterminer la position du point M pour que MP + MQ = 9 cm.

- Exprime MP puis MQ en fonction de x .
- Détermine la position du point M sur le segment [BC] à l'aide d'une résolution d'équation.

44 Trace un rectangle ABCD et place le point M du segment [BC] tel que $\frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

On appelle N le point d'intersection des droites (AM) et (DC).

- Démontre que le triangle MNC est une réduction du triangle ABM et précise le coefficient de réduction.
- Démontre que le triangle MNC est aussi une réduction du triangle AND et précise le coefficient de réduction.
- Pour AB = 12 cm et BC = 9 cm, calcule l'aire du triangle MNC.

45 BLEU est un parallélogramme tel que LE = 50 cm ; EU = 40 cm et BE = 75 cm. O est le point de la droite (BE) tel que OE = 30 cm et O n'appartient pas à [BE]. La parallèle à (EU) passant par O coupe (LE) en S et la parallèle à (LE) passant par O coupe (EU) en R.

- Calcule ES et ER.
- Montre que ROSE est un parallélogramme. Dédus-en que ROSE est une réduction du parallélogramme BLEU et détermine le coefficient de réduction.
- On appelle h la hauteur issue de B dans le triangle BEU. Sachant que l'aire de BLEU est égale à 1 550 cm², détermine h .
- Calcule l'aire de ROSE.

46 L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que AB = 9 ; AC = 15 et BC = 12.

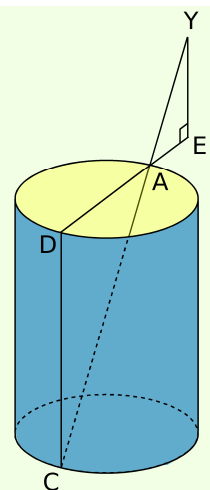
- Démontre que ABC est rectangle en B.
- Calcule l'aire du triangle ABC.
- Trace en vraie grandeur le triangle ABC. E est le point du segment [AB] tel que AE = 3. F est le point du segment [AC] tel que AF = 5.
- Démontre que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
- Calcule EF.
- Calcule l'aire du trapèze BEFC de deux façons différentes.

47 Extrait du Brevet

[AD] est un diamètre d'un puits de forme cylindrique. Le point C est à la verticale de D, au fond du puits.

Une personne se place en un point E de la demi-droite [DA] de sorte que ses yeux soient alignés avec les points A et C. On note Y le point correspondant aux yeux de cette personne.

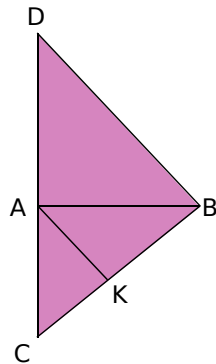
On sait que AD = 1,5 m ; EY = 1,7 m et EA = 0,6 m.



- Démontrer que les droites (DC) et (EY) sont parallèles.
- Calculer DC, la profondeur du puits.

48 Thalès et autres propriétés

La figure commencée ci-dessous est à construire et à compléter au fur et à mesure des questions.



On donne $AC = 4,2 \text{ cm}$; $AB = 5,6 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.

K est le point du segment [BC] tel que $CK = 3$ cm. La parallèle à la droite (AK) passant par B coupe la droite (AC) en D.

- Démontre que le triangle ABC est rectangle.
- Calcule CD.
- Calcule AD ; déduis-en que le triangle ADB est un triangle rectangle isocèle.
- Détermine la mesure de l'angle $\widehat{DBA}$.
- Démontre que l'angle $\widehat{KAB}$ est égal à 45° .
Que peux-tu en déduire pour la droite (AK) ?
- La perpendiculaire à (AB) passant par K coupe (AB) en E et la perpendiculaire à (AC) passant par K coupe (AC) en F.
Démontre que le quadrilatère AEKF est un rectangle.
- Calcule KE et KF.
Quelle précision peux-tu alors apporter quant à la nature du quadrilatère AEKF ?

49 Thalès et bissectrice

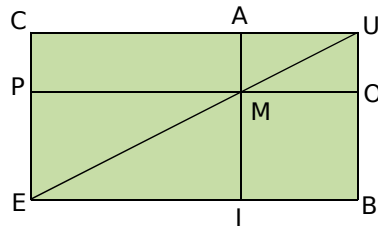
Voici l'énoncé d'une propriété de la bissectrice d'un angle dans un triangle :

Dans un triangle ABC, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ partage le côté [BC] en deux segments [BK] et [CK] qui vérifient l'égalité $\frac{KB}{KC} = \frac{AB}{AC}$.

- a.** Soit ABC un triangle. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe le côté [BC] en K. La parallèle à (AK) passant par C coupe (AB) en D.
Démontre que le triangle ADC est isocèle en A.
- b.** Démontre l'égalité proposée dans la propriété ci-dessus.

50 Des rectangles

- a.** Construis un rectangle CUBE.
On pose $CU = L$ et $CE = l$.



- b.** Construis à la règle et au compas le point M du segment [UE] tel que $UM = \frac{2}{5} UE$.
- c.** On appelle A, P, I et O les points d'intersection respectifs des droites passant par M et perpendiculaires aux droites (CU), (CE), (EB) et (BU).
- d.** Exprime en fonction de L ou l les longueurs MA, MI, MP et MO.
- e.** Compare les aires des rectangles CAMP et MOBI.

51 Thalès sans valeur numérique

Dans un triangle ABC, la hauteur issue de B coupe [AC] en D et la hauteur issue de C coupe [AB] en E. Dans le triangle ADE, la hauteur issue de D coupe [AE] en F et la hauteur issue de E coupe [AD] en G.

- a.** Démontre les égalités :
 $AD \times AE = AB \times AG = AC \times AF$.
- b.** Démontre que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

52 *Dur, dur, dur*

On considère un rectangle ABCD. On place sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA], les points E, F, G et H tels que $\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = k$ où k est un nombre compris entre 0 et 1.

- a.** Démontre que les droites (EH) et (FG) sont parallèles.
- b.** Démontre que $\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC}$ puis que $\frac{DG}{DC} = \frac{DH}{DA}$.
- c.** Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.
- d.** Démontre que le périmètre du parallélogramme EFGH reste constant lorsque k varie.

1 Pris dans la toile

1^{re} Partie : Papier-Crayon

a. Vous allez devoir réaliser trois figures.

Figure 1 : On construit trois demi-droites (d_1) , (d_2) et (d_3) d'origine O. On place des points A et B sur (d_1) , C sur (d_2) et E sur (d_3) . D est un point sur (d_2) tel que (AC) et (BD) sont parallèles. F est un point sur (d_3) tel que (EC) et (FD) sont parallèles.

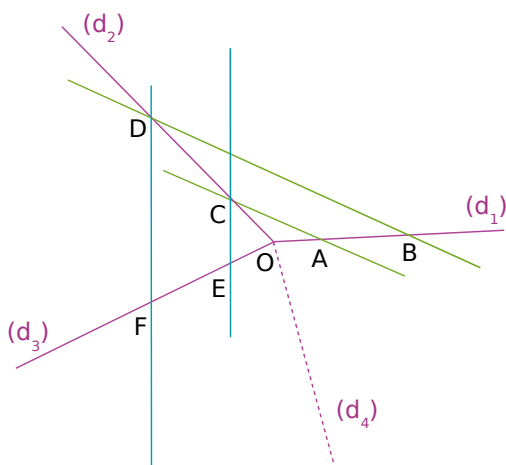


Figure 2 : Même construction que la figure 1 en ajoutant entre (d_3) et (d_1) une demi-droite (d_4) et les points G et H.

Figure 3 : Même construction que la figure 2 en ajoutant entre (d_4) et (d_1) une demi-droite (d_5) et les points I et J.

b. Que remarquez-vous sur la figure 1 concernant les droites (AE) et (BF) ?

c. Que remarquez-vous sur les autres figures ?

2^e Partie : Avec la géométrie dynamique

d. Construisez la figure 1 à l'aide du logiciel TracenPoche. Interrogez le logiciel sur votre conjecture établie à la question b.. Déplacez les points sur les demi-droites. Leur position a-t-elle une influence ?

e. Complétez votre figure en ajoutant les demi-droites (d_4) et (d_5) . De la même façon, interrogez le logiciel.

f. Ajoutez une demi-droite (d_6) puis (d_7) ... Est-ce que le nombre de demi-droites a une importance ?

3^e Partie : Démonstration

g. Proposez une démonstration pour la conjecture trouvée à partir de la figure 1.

h. S'il y avait 500 demi-droites, la conjecture serait-elle toujours vraie ? Comment le démontrer ? Proposez un raisonnement.

2 Quizz sur Thalès

1^{re} Partie : Questions

En vous documentant, répondez aux questions suivantes :

- Où et à quelle époque Thalès a-t-il vécu ? Quel est son vrai nom ?
- Quels sont les domaines dans lesquels Thalès a travaillé ?
- Est-ce Thalès qui a démontré le théorème qui, en France, porte son nom ?
- Quel lien existe-t-il entre Thalès et la hauteur d'une pyramide ?

Comparez les réponses de chaque groupe.

2^e Partie : Construction d'un questionnaire

Choisissez un thème parmi les quatre suivants :

- La vie de Thalès ;
- Thalès et l'astronomie ;
- Thalès et la philosophie ;
- Thalès et les mathématiques.

Documentez-vous en consultant Internet, le CDI de votre collège, etc...

Construisez alors un questionnaire et préparez, sur une autre feuille, les réponses à celui-ci.

3^e Partie : Recherche

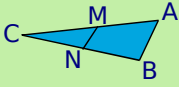
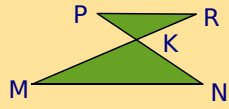
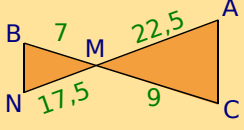
Chaque élève choisit ensuite le questionnaire d'un autre groupe pour y répondre en travail à la maison.

4^e Partie : Mise en commun

En classe entière, étudiez les questions posées sur chaque thème ainsi que les réponses apportées par chacun.



Thalès, l'un des sept sages de la Grèce.
Source Wikipedia Commons.

		R1	R2	R3	R4
1	 Si $M \in [AC]$, $N \in [BC]$ et $(MN) \parallel (AB)$ alors...	$\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AB}$	$\frac{CM}{CN} = \frac{CA}{CB} = \frac{MN}{AB}$	$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$	$\frac{CM}{CA} = \frac{CB}{CN} = \frac{MN}{AB}$
2	Dans le cas précédent, $CM = 4,5$; $MA = 3$ et $CN = 3$ donc...	$CB = 2$	$CB = 5$	$BN = 2$	$CB = \frac{9}{5}$
3	Avec les données précédentes, que peux-tu affirmer ?	Le triangle CMN est une réduction du triangle ABC de coefficient $\frac{3}{5}$	Le triangle CMN est un agrandissement du triangle ABC de coefficient 0,6	Le triangle ABC est un agrandissement du triangle CMN de coefficient $\frac{5}{3}$	Le triangle CMN est une réduction du triangle ABC de coefficient $\frac{5}{3}$
4	 (RM) et (PN) sont sécantes en K et $(PR) \parallel (MN)$ donc...	$\frac{KN}{KP} = \frac{KR}{KM} = \frac{NR}{PM}$	$\frac{KN}{KP} = \frac{KM}{KR} = \frac{MN}{PR}$	$\frac{KN}{KP} = \frac{KM}{KR} = \frac{PR}{MN}$	$\frac{RK}{RM} = \frac{PK}{PN} = \frac{PR}{MN}$
5	Avec les données de la question 4, $KR = 6$; $KP = 9$ et $KM = 15$ donc...	$KN = \frac{18}{5}$	$KN = 22,5$	on ne peut pas calculer de longueur	$KN = 10$
6		(AC) et (BN) sont parallèles	(AC) et (BN) ne sont pas parallèles	On ne peut pas savoir si (AC) et (BN) sont parallèles	$\frac{NB}{AC} = \frac{AM}{AN}$
7	Les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en O. $OC = 3 OA$ et $OD = 3 OB$ donc...	ABCD est un trapèze	ABCD est un parallélogramme	$AB = \frac{1}{3} CD$	ABCD est quelconque

Construire la multiplication à la règle et au compas

Dans tout l'exercice, $[Ox)$ et $[Oy)$ sont deux demi-droites d'origine O et E est le point de $[Ox)$ tel que $OE = 1$ cm.

- Construis la figure. Place sur $[Ox)$ les points A et B tels que $OA = 2$ cm et $OB = 3$ cm puis, sur $[Oy)$, place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe $[Oy)$ en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe $[Ox)$ en C. Vérifie que $OC = 6$ cm.
- Sur une nouvelle figure, place sur $[Ox)$ deux points A et B puis sur $[Oy)$, place un point M. La droite parallèle à (EM) passant par A coupe $[Oy)$ en N et la droite parallèle à (BM) passant par N coupe $[Ox)$ en C. Démontre que $OC = OB \times OA$.
- Écris une méthode analogue permettant de construire le point C' tel que $OC' = \frac{OA}{OB}$ avec $OA < OB$.
- Sur une autre figure, place un point A puis construis un point B tel que $OB = OA^2$.
- Avec TracenPoche, construis une figure. Place un point A. Construis un point C tel que $OC = \sqrt{OA}$.